 （注）この科目には，選択問題があります。（19ページ参照。）

第1問 （必答問題）（配点 30）

〔1〕 a を実数とする。x の関数

$$f(x)=(1+2a)(1-x)+(2-a)x$$

を考える。

$$f(x)=\left(-\boxed{\text{ア}}\,a+\boxed{\text{イ}}\right)x+2a+1$$

である。

(1) $0 \leqq x \leqq 1$ における $f(x)$ の最小値は，

$a \leqq \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}}$ のとき，$\boxed{\text{ウ}}\,a+\boxed{\text{エ}}$ であり，

$a > \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}}$ のとき，$\boxed{\text{オ}}\,a+\boxed{\text{カ}}$ である。

(2) $0 \leqq x \leqq 1$ において，常に $f(x) \geqq \dfrac{2(a+2)}{3}$ となる a の値の範囲は，

$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \leqq a \leqq \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

[1] (1) $f(x)=(1+2a)(1-x)+(2-a)x$

$=1+2a-x-2ax+2x-ax$

$=(-3a+1)x+2a+1$

(i) $-3a+1 \geqq 0$ のとき グラフは単調増加

最小値は $x=0$ のとき $2a+1$ よって

$-3a \geqq -1$

$a \leqq \frac{1}{3}$ のとき $2a+1$

(ii) $-3a+1 < 0$ のとき グラフは単調減少

最小値は $x=1$ のとき $-a+2$ よって

$-3a < -1$

$a > \frac{1}{3}$ のとき $-a+2$

(2) (1) より $(-3a+1)x+2a+1 \geqq \frac{2(a+2)}{3}$

$3(-3a+1)x+6a+3 \geqq 2a+4$

$3(-3a+1)x+4a-1 \geqq 0$

(i) $x=0$ の時 $4a-1 \geqq 0$

$4a \geqq 1$

$a \geqq \frac{1}{4}$

(ii) $x=1$ の時 $-9a+3+4a-1 \geqq 0$

$-5a+2 \geqq 0$

$-5a \geqq -2$

$a \leqq \frac{2}{5}$

(i), (ii) より

$\frac{1}{4} \leqq a \leqq \frac{2}{5}$

〔2〕 次の問いに答えよ。必要ならば，$\sqrt{7}$ が無理数であることを用いてよい。

(1) A を有理数全体の集合，B を無理数全体の集合とする。空集合を$\varnothing$と表す。
0も含む

次の(i)～(iv)が真の命題になるように，$\boxed{\text{サ}}$ ～ $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

(i) A $\boxed{\text{サ}}$ $\{0\}$
⊃

(ii) $\sqrt{28}$ $\boxed{\text{シ}}$ B
$2\sqrt{7}$ ∈

(iii) $A=\{0\}$ $\boxed{\text{ス}}$ A
∪

(iv) $\varnothing = A$ $\boxed{\text{セ}}$ B
空集合. ∩

⓪ ∈　① ∋　② ⊂　③ ⊃　④ ∩　⑤ ∪

(2) 実数 x に対する条件 p，q，r を次のように定める。

p：x は無理数

q：$x+\sqrt{28}$ は有理数

r：$\sqrt{28}\,x$ は有理数

次の $\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$\xrightarrow{\times}$ $\sqrt{3}+2\sqrt{7}$ 無理数

p は q であるための $\boxed{\text{ソ}}$。 1

$\xleftarrow{\bigcirc}$ $-2\sqrt{7}+2\sqrt{7}=0$

p は r であるための $\boxed{\text{タ}}$。 3

$\xrightarrow{\times}$ $2\sqrt{7}\times\sqrt{3}=2\sqrt{21}$

$\xleftarrow{\times}$ $2\sqrt{7}\times\sqrt{7}=14$

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件でない

② 十分条件であるが，必要条件でない

③ 必要条件でも十分条件でもない

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

〔3〕 a を1以上の定数とし，x についての連立不等式

$$\begin{cases} x^2+(20-a^2)x-20a^2 \leqq 0 & \cdots\cdots ① \\ x^2+4ax \geqq 0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

を考える。このとき，不等式①の解は $\boxed{\text{チツテ}} \leqq x \leqq a^2$ である。また，不等式②の解は $x \leqq \boxed{\text{トナ}}\,a$，$\boxed{\text{ニ}} \leqq x$ である。

この連立不等式を満たす負の実数が存在するような a の値の範囲は

$$1 \leqq a \leqq \boxed{\text{ヌ}}$$

である。

① $x^2+(20-a^2)x-20a^2 \leqq 0$　下に凸のグラフ。因数分解すると，

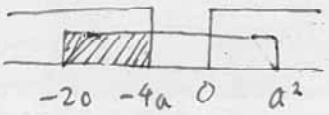
$(x+20)(x-a^2) \leqq 0$　よって x 軸と $-20, a^2$ で交わる。

$\therefore\ -20 \leqq x \leqq a^2$

② $x^2+4ax \geqq 0$　下に凸のグラフ　因数分解すると

$x(x+4a) \geqq 0$　よって x 軸と $0, -4a$ で交わる

$\therefore\ x \leqq -4a,\ 0 \leqq x$



図より　$-20 \leqq -4a \leqq 0$

$5 \geqq a \geqq 0$

ここで a は1以上なので

$1 \leqq a \leqq 5$

第2問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕 △ABCの辺の長さと角の大きさを測ったところ，AB＝$7\sqrt{3}$ および∠ACB＝60°であった。したがって，△ABCの外接円Oの半径は $\boxed{ア}$ である。

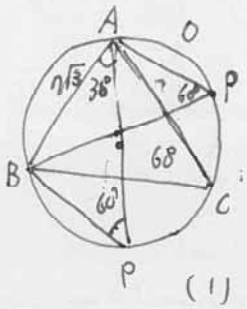
外接円Oの，点Cを含む弧AB上で点Pを動かす。

(1) 2PA＝3PBとなるのはPA＝$\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウエ}}$ のときである。

(2) △PABの面積が最大となるのはPA＝$\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}$ のときである。

(3) sin∠PBAの値が最大となるのはPA＝$\boxed{キク}$ のときであり，このとき△PABの面積は $\dfrac{\boxed{ケコ}\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）



$\dfrac{7\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2R$

$7 = R$

(1) 2PA=3PB　円周角の定理より∠PAB=60°, PB=$\frac{2}{3}$PA

余弦定理より

$(7\sqrt{3})^2 = PA^2 + \left(\frac{2}{3}PA\right)^2 - 2\cdot PA\cdot\frac{2}{3}PA\cdot\cos 60^\circ$

$147 = PA^2 + \frac{4}{9}PA^2 - \frac{2}{3}PA^2$

$147 = \frac{7}{9}PA^2$

$PA^2 = 189$

$PA = 3\sqrt{21}$

(2) △PABの面積が最大の時，△PABは正三角形

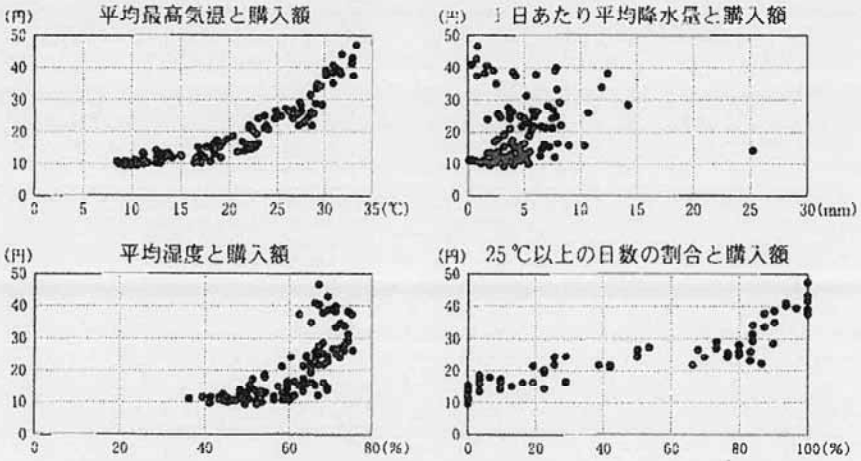
$PA = 7\sqrt{3}$

(3) sin∠PBA=1の時であり この時∠PBA=90°

PAは直径となり，PA=14

面積$= \frac{1}{2}\cdot 14\cdot 7\sqrt{3}\cdot\sin 30^\circ = 7\cdot 7\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{49\sqrt{3}}{2}$

〔2〕 次の4つの散布図は，2003年から2012年までの120か月の東京の月別データをまとめたものである。それぞれ，1日の最高気温の月平均(以下，平均最高気温)，1日あたり平均降水量，平均湿度，最高気温25℃以上の日数の割合を横軸にとり，各世帯の1日あたりアイスクリーム平均購入額(以下，購入額)を縦軸としてある。



出典：総務省統計局(2013)『家計調査年報』，『過去の気象データ』(気象庁Webページ)などにより作成

次の ス ，セ に当てはまるものを，下の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

これらの散布図から読み取れることとして正しいものは，ス と セ である。

0

3

⓪ 平均最高気温が高くなるほど購入額は増加する傾向がある。

① 1日あたり平均降水量が多くなるほど購入額は増加する傾向がある。

② 平均湿度が高くなるほど購入額の散らばりは小さくなる傾向がある。

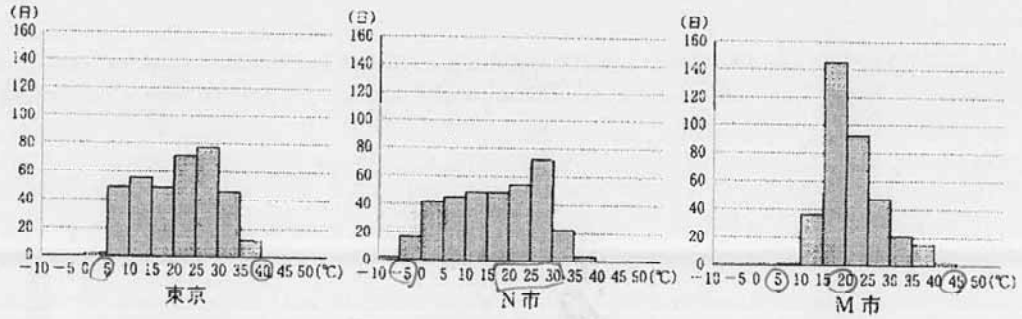
③ 25℃以上の日数の割合が80％未満の月は，購入額が30円を超えていない。

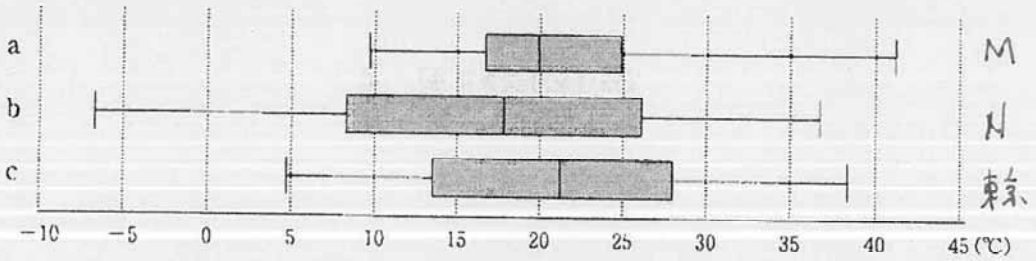
④ この中で正の相関があるのは，平均湿度と購入額の間のみである。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

〔3〕 世界4都市(東京，O市，N市，M市)の2013年の365日の各日の最高気温のデータについて考える。

(1) 次のヒストグラムは，東京，N市，M市のデータをまとめたもので，この3都市の箱ひげ図は下のa，b，cのいずれかである。





出典：『過去の気象データ』(気象庁 Web ページ)などにより作成

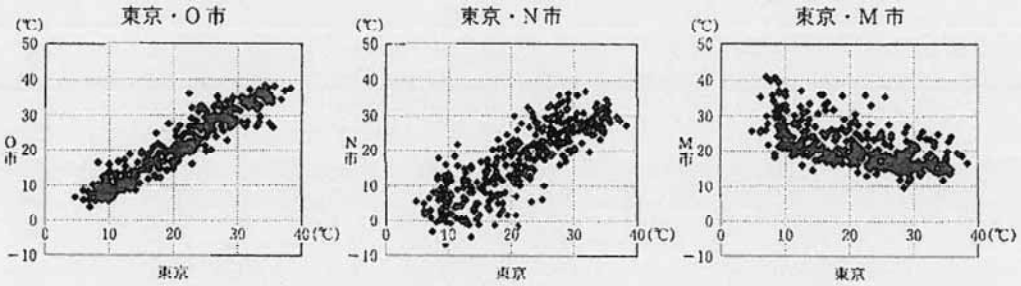
次の ソ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

都市名と箱ひげ図の組合せとして正しいものは， ソ である。
5

⓪ 東京―a，N市―b，M市―c　① 東京―a，N市―c，M市―b
② 東京―b，N市―a，M市―c　③ 東京―b，N市―c，M市―a
④ 東京―c，N市―a，M市―b　⑤ 東京―c，N市―b，M市―a

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(2) 次の3つの散布図は，東京，O市，N市，M市の2013年の365日の各日の最高気温のデータをまとめたものである。それぞれ，O市，N市，M市の最高気温を縦軸にとり，東京の最高気温を横軸にとってある。



出典：『過去の気象データ』(気象庁 Web ページ)などにより作成

次の［ タ ］，［ チ ］に当てはまるものを，下の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

これらの散布図から読み取れることとして正しいものは，［ タ ］と［ チ ］である。

1

3

⓪ 東京とN市，東京とM市の最高気温の間にはそれぞれ正の相関がある。

① 東京とN市の最高気温の間には正の相関，東京とM市の最高気温の間には負の相関がある。

② 東京とN市の最高気温の間には負の相関，東京とM市の最高気温の間には正の相関がある。

③ 東京とO市の最高気温の間の相関の方が，東京とN市の最高気温の間の相関より強い。

④ 東京とO市の最高気温の間の相関の方が，東京とN市の最高気温の間の相関より弱い。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(3) 次の［ツ］，［テ］，［ト］に当てはまるものを，下の⓪～⑨のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

N市では温度の単位として摂氏(℃)のほかに華氏(°F)も使われている。華氏(°F)での温度は，摂氏(℃)での温度を$\frac{9}{5}$倍し，32を加えると得られる。例えば，摂氏10℃は，$\frac{9}{5}$倍し32を加えることで華氏50°Fとなる。

したがって，N市の最高気温について，摂氏での分散をX，華氏での分散をYとすると，$\frac{Y}{X}$は［ツ］になる。

東京(摂氏)とN市(摂氏)の共分散をZ，東京(摂氏)とN市(華氏)の共分散をWとすると，$\frac{W}{Z}$は［テ］になる(ただし，共分散は2つの変量のそれぞれの偏差の積の平均値)。

東京(摂氏)とN市(摂氏)の相関係数をU，東京(摂氏)とN市(華氏)の相関係数をVとすると，$\frac{V}{U}$は［ト］になる。

⓪ $-\frac{81}{25}$　① $-\frac{9}{5}$　② -1　③ $-\frac{5}{9}$　④ $-\frac{25}{81}$

⑤ $\frac{25}{81}$　⑥ $\frac{5}{9}$　⑦ 1　⑧ $\frac{9}{5}$　⑨ $\frac{81}{25}$

例：摂氏　10，20，30，40　　摂氏の平均 $\frac{10+20+30+40}{4}=\bar{x}=25$

華氏　$10\times\frac{9}{5}+32$，$20\times\frac{9}{5}+32$，$30\times\frac{9}{5}+32$，$40\times\frac{9}{5}+32$　　華氏の平均 $\frac{9}{5}\cdot$(摂氏の平均)$+32$ $=\bar{y}=\frac{9}{5}\cdot\bar{x}+32$

摂氏の偏差　-15，-5，5，15

2乗　$225+25+25+225=500$

分散 $\frac{500}{4}=125$　　つまり $+32$ は関係ない

華氏の偏差の2乗 ― 摂氏の偏差の2乗 $\times\left(\frac{9}{5}\right)^2$ → 分散＝摂氏の分散 $\times\frac{81}{25}$

よって $\frac{Y}{X}=\frac{81}{25}$

共分散 $S_{xy}=\frac{1}{n}\{(x_1-\bar{x})(y_1-\bar{y})+\cdots+(x_n-\bar{x})(y_n-\bar{y})\}$ より

華氏の S_{xy} は摂氏の S_{xy} の $\frac{9}{5}$倍

$r=\frac{S_{xy}}{S_xS_y}$ なので共分散をそれぞれ分散の2乗根で割るので，$\frac{9}{5}$倍分があっても変化しない。よって $\frac{V}{U}=1$

第3問　（選択問題）（配点　20）

赤球4個，青球3個，白球5個，合計12個の球がある。これら12個の球を袋の中に入れ，この袋からAさんがまず1個取り出し，その球をもとに戻さずに続いてBさんが1個取り出す。

(1)　AさんとBさんが取り出した2個の球のなかに，赤球か青球が少なくとも1個含まれている確率は $\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$ である。

(2)　Aさんが赤球を取り出し，かつBさんが白球を取り出す確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}}$ である。これより，Aさんが取り出した球が赤球であったとき，Bさんが取り出した球が白球である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケコ}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(1)　2人とも白玉を取る確率は

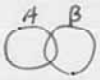
$$\frac{{}_5C_1}{{}_{12}C_1} \times \frac{{}_4C_1}{{}_{11}C_1} = \frac{20}{12\times 11}$$

$$1 - \frac{20}{12\times 11} = \frac{12\times 11 - 20}{12\times 11} = \frac{\cancel{112}\ 56\ 28}{\cancel{132}\ \cancel{66}\ 33} = \frac{28}{33}$$

(2)　Aさんが赤球を取る確率，Bさんが白球を取る確率

$$\frac{{}_4C_1}{{}_{12}C_1} = \frac{1}{3}, \quad \frac{{}_5C_1}{{}_{11}C_1} = \frac{5}{11} \qquad \frac{1}{3}\times\frac{5}{11} = \frac{5}{33}$$

$$P_A(B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$



$P(A)$ = Aさんが赤球を取る

$= \dfrac{1}{3}$

$P(A\cap B)$ = Aさんが赤球を取り，かつBさんが白球を取る

$= \dfrac{5}{33}$

$$P_A(B) = \frac{\frac{5}{33}}{\frac{1}{3}} = \frac{5}{11}$$

(3) Aさんは1球取り出したのち，その色を見ずにポケットの中にしまった。Bさんが取り出した球が白球であることがわかったとき，Aさんが取り出した球も白球であった条件付き確率を求めたい。

Aさんが赤球を取り出し，かつBさんが白球を取り出す確率は $\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}}$ であり，Aさんが青球を取り出し，かつBさんが白球を取り出す確率は $\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$ である。同様に，Aさんが白球を取り出し，かつBさんが白球を取り出す確率を求めることができ，これらの事象は互いに排反であるから，Bさんが白球を取り出す確率は $\frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソタ}}$ である。

よって，求める条件付き確率は $\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツテ}}$ である。

(2)より
Aさんが赤球を取り出す，かつ，Bさんが白球を取り出す $\frac{5}{33}$ ①

Aさんが青球を取り出し，かつ，Bさんが白球を取り出す

$\frac{{}_3C_1}{{}_{12}C_1} \times \frac{{}_5C_1}{{}_{11}C_1} = \frac{15}{132} = \frac{5}{44}$ ②

Aさんが白球を取り出し，かつ，Bさんが白球を取り出す

(1)より $\frac{20}{132} = \frac{5}{33}$ ③

Bさんが白球を取り出す

$\frac{5}{33} + \frac{5}{44} + \frac{5}{33} = \frac{20}{132} + \frac{15}{132} + \frac{20}{132} = \frac{55}{132} = \frac{5}{12}$

① + ② + ③

$P_A(B) = \frac{\frac{20}{12\times11}}{\frac{5}{12}} = \frac{20}{55} = \frac{4}{11}$ ←(1)より

第4問　（選択問題）（配点　20）

(1)　不定方程式

$$92x + 197y = 1$$

をみたす整数 x，y の組の中で，x の絶対値が最小のものは

$x =$ アイ，　$y =$ ウエ

である。不定方程式

$$92x + 197y = 10$$

をみたす整数 x，y の組の中で，x の絶対値が最小のものは

$x =$ オカキ，　$y =$ クケ

である。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

$92x+197y=1$　互除法によって特殊解を求めると

$(197, 92)$　$197 = 92\cdot 2 + 13$

$(92, 13)$　$92 = 13\cdot 7 + 1$

$(13, 1) = 1$，互いに素。

$13 = (197 - 92\cdot 2)$

$1 = 92 - 13\cdot 7$

$1 = 92 - (197 - 92\cdot 2)\cdot 7$

$1 = 92 - 197\cdot 7 + 92\cdot 14$

$1 = 92\cdot 15 + 197\cdot(-7)$

よって特殊解は

$(x, y) = 15, -7$

ここで一般解を求めると

$92x + 197y = 10$　①

$92\cdot 15 + 197\cdot(-7) = 1$

$92\cdot 150 + 197\cdot(-70) = 10$　②　$\times 10$

①−②をとると

$92(x-150) + 197(y+70) = 0$

$92(x-150) = 197(-y-70)$

$x - 150 = 197k$（kは整数）

$-y - 70 = 92k$（kは整数）

$\therefore \begin{cases} x = 197k + 150 \\ y = -92k - 70 \end{cases}$

絶対値が最小になるのは $k=-1$ のとき

$\begin{cases} x = -47 \\ y = 22 \end{cases}$

(2)　2進法で $11011_{(2)}$ と表される数を4進法で表すと $\boxed{\text{コサシ}}_{(4)}$ である。

次の⓪～⑤の6進法の小数のうち，10進法で表すと有限小数として表せるのは，$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ソ}}$ である。ただし，解答の順序は問わない。

⓪ $0.3_{(6)}$　　① $0.4_{(6)}$

② $0.33_{(6)}$　　③ $0.43_{(6)}$

④ $0.033_{(6)}$　　⑤ $0.043_{(6)}$

10進数に直すと

$11011_{(2)} = 27$

27を4進法に表すと

$4 \overline{)27}$

$4 \overline{)6}$ …3

1 …2

123

$0.3_{(6)} = \frac{1}{6} \times 3 = \frac{1}{2} = 0.5$　　0

$0.4_{(6)} = \frac{1}{6} \times 4 = \frac{2}{3} = 0.\dot{6}$

$0.33_{(6)} = \frac{1}{6} \times 3 + \frac{1}{36} \times 3 = \frac{18}{36} + \frac{3}{36} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

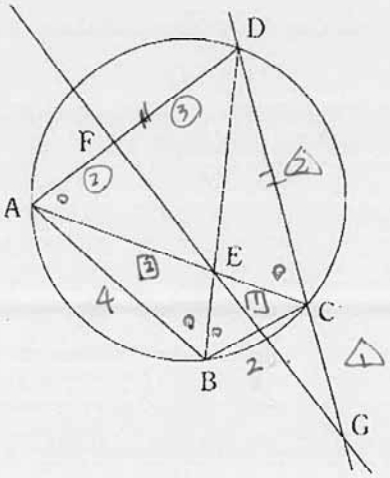
$0.43_{(6)} = \frac{1}{6} \times 4 + \frac{1}{36} \times 3 = \frac{24}{36} + \frac{3}{36} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4} = 0.75$　　3

$0.033_{(6)} = \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{36} \times 3 + \frac{1}{216} \times 3 = \frac{18}{216} + \frac{3}{216} = \frac{21}{216} = \frac{7}{72}$

$0.043_{(6)} = \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{36} \times 4 + \frac{1}{216} \times 3 = \frac{24}{216} + \frac{3}{216} = \frac{27}{216} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 0.125$　　5

第5問　（選択問題）（配点　20）

四角形ABCDにおいて，AB＝4，BC＝2，DA＝DCであり，4つの頂点A，B，C，Dは同一円周上にある。対角線ACと対角線BDの交点をE，線分ADを2：3の比に内分する点をF，直線FEと直線DCの交点をGとする。



参考図

次の［ア］には，下の⓪～④のうちから当てはまるものを一つ選べ。

∠ABCの大きさが変化するとき四角形ABCDの外接円の大きさも変化することに注意すると，∠ABCの大きさがいくらであっても，∠DACと大きさが等しい角は，∠DCAと∠DBCと［ア］である。

⓪ ∠ABD　　① ∠ACB　　② ∠ADB
③ ∠BCG　　④ ∠BEG

このことより $\frac{EC}{AE}=\frac{[イ]}{[ウ]}$ である。次に，△ACDと直線FEに着目すると，$\frac{GC}{DG}=\frac{[エ]}{[オ]}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

（角の二等分線）$\frac{EC}{AE}=\frac{1}{2}$

メネラウスの定理より，

$\frac{DF}{FA}\cdot\frac{AE}{EC}\cdot\frac{GC}{DG}=1 \rightarrow \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{1}\cdot\frac{GC}{DG}=1 \rightarrow \frac{GC}{DG}=\frac{1}{3}$

(1) 直線ABが点Gを通る場合について考える。

このとき，△AGDの辺AG上に点Bがあるので，BG＝ カ である。

また，直線ABと直線DCが点Gで交わり，4点A，B，C，Dは同一円周上にあるので，DC＝ キ $\sqrt{\text{ク}}$ である。

(2) 四角形ABCDの外接円の直径が最小となる場合について考える。

このとき，四角形ABCDの外接円の直径は ケ であり，

∠BAC＝ コサ °である。

また，直線FEと直線ABの交点をHとするとき，$\frac{GC}{DG}=\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ の関係に着目してAHを求めると，AH＝ シ である。

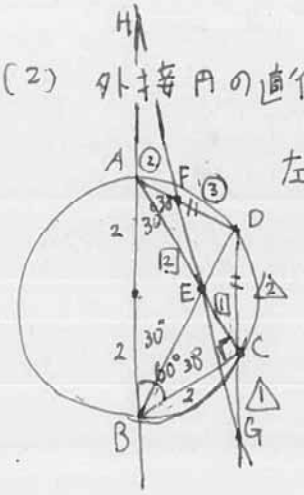
(1) チェバの定理より

$\frac{BG}{BA}\cdot\frac{AF}{FD}\cdot\frac{DC}{CG}=1 \rightarrow \frac{BG}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{1}=1 \rightarrow BG=3$

方べきの定理より

$GC\cdot CD=GB\cdot BA$　$\frac{1}{2}CD\cdot CD=12$　$CD^2=24$　$DC=2\sqrt{6}$

(2) 外接円の直径が最小 ⇒ ABが直径＝4



左図より∠BAC＝30°

$\frac{GC}{DG}=\frac{1}{3}$ に着目すると

円周角より∠CBC＝∠CAD＝30°　△ACDは二等辺三角形なので∠CAD＝∠ACD＝30°　錯角が等しいのでAH∥CG

△BHE∽△CGE　また△ABE∽△DCE

よって $\frac{GC}{DG}=\frac{AH}{BH}=\frac{1}{3}$　$AH=\frac{1}{2}AB=2$